

أيجاد أفضل الطرق لربط مجموعة التروس الكواكبية البسيطة ديناميكيا مع الماكنة في المركبات الثقيلة

م. سعد نجيب شهاب
قسم الهندسة الميكانيكية / كلية الهندسة
الجامعة المستنصرية / بغداد – العراق

أ.م.د. فاهم فخري الحمداني
قسم الهندسة الميكانيكية / كلية الهندسة
الجامعة المستنصرية / بغداد – العراق

الخلاصة :

من المعروف أن مجموعة التروس الكواكبية البسيطة لها ست طرق لربطها مع الماكنة من جهة ، ومع الحمل من جهة أخرى . أن الغاية من هذا البحث هو إيجاد أفضل وسيلة للربط ديناميكيا . لذا يتوجب حساب ست قيم مختلفة لعزم القصور الذاتي المكافئ ، ومن ثم استخدام أقل قيمة بسبب عزم الحمل الكبير في المركبات الثقيلة ، حتى تكون استجابة المركبة أسرع .

أن المتغير الرئيسي هو النسبة الكواكبية (R) وهي حاصل قسمة عدد أسنان ترس الإحاطة على عدد أسنان الترس الشمسي . استخدمت قيمتان لهذا البحث ($R=2$) و ($R=4$) . ولقد وجد أن الحالة الأمثل للربط ديناميكيا هو عندما تربط الماكنة بالترس الشمسي ويربط الحمل بالحاملة . لقد استخدمت هذه الطريقة لزمن طويل ، ولعدة عقود من الزمن ، إلا أنه لم يتم تحليلها ديناميكيا ونظريا بدقة ولم يتم مقارنتها بوسائل الربط الأخرى . يؤمل من هذا البحث بأن يكون ذو فائدة علمية قيمة في التطبيقات المستقبلية لربط مجاميع التروس الكواكبية البسيطة (الاعتيادية) ومجاميع التروس الكواكبية المعقدة التركيب (غير الاعتيادية) وفي كلتا الحالتين المستقرة وغير المستقرة (الديناميكية) .
الكلمات المفتاحية : الكواكبية البسيطة ، مجموعة التروس ، الفلكية .

Finding the Ideal Methods for Connecting Simple Epicyclic Gear Train with Engine in Heavy Vehicles

Lecturer. Saad Najeeb Shehab

Asst. Prof. Dr. Fahim Fakhri Al-Himdani

Mechanical Engineering Department

College of Engineering / Al-Mustansiriya University ,Baghdad ,Iraq

Abstract

It is generally accepted that the simple epicyclic gear train has six possibilities for connecting it with both engine and load . The aim of this paper is to find the optimum connection method for dynamic analysis . Therefore , it is required to calculate the equivalent inertia for the epicyclic for six cases , and then finding the least value for the equivalent inertia owing to the large load inertia used in heavy vehicles .This will lead to a quick response for the vehicle .

The main variable is the epicyclic ratio (R) , which is the ratio of teeth number of annular gear divided by teeth number of sun gear . Two values of (R) have been used ($R=2$)

and ($R= 4$). It has been found that the optimum method for dynamic connection is when engine is connected to sun gear , while load is connected to carrier . This connection has been utilized practically for many decades . However , the actual and theoretical reason has not been fully dynamically analyzed and understood . Even using other five possibilities for connection have not been studied . It is hoped that this analysis will be useful in future application for connecting simple and complex epicyclic gear train in steady state and dynamic analysis .

١ . مقدمة وخلفيات نظرية سابقة : (Introduction and Previous Theoretical Background)

تستخدم التروس الكواكبية بشكل واسع في التطبيقات الصناعية خاصة في صناديق التروس ذاتية الحركة (Fully Automatic Gear Box) المستخدمة في المركبات الثقيلة وفي صناديق التروس شبه ذاتية الحركة (Semi Automatic Gear Box) المستخدمة في حافلات نقل الركاب ، وعادة تستعمل مع هذه الصناديق فواصل هيدروليكية تساعد في عملية نقل القدرة من المحرك الى صندوق التروس مما يسهل عملية تغيير السرعة وتقليل الاهتزازات وإطالة عمر أجهزة نقل الحركة. وتمتاز مجاميع التروس الكواكبية بأماكنها الكبيرة في تغيير السرعة ولمديات كبيرة من القدرة مما أدى الى كثرة استخدامها في المكائن والمركبات الثقيلة [٢،١].

توجد عدة أنواع من مجاميع التروس الكواكبية ، أهم هذه الأنواع : مجموعة التروس الكواكبية البسيطة أو الاعتيادية (Simple Epicyclic Gear Box) التي يوجد فيها تروس فلكية صغيرة محصورة بين ترس الإحاطة والترس الشمسي . كما توجد أنواع أخرى من مجموعة التروس الكواكبية غير الاعتيادية (Epicyclic Gear Box with Idlers Gears) والتي يوجد فيها ترسين فلكيين صغيرين متعاشقين محصورين بين ترس الإحاطة والترس الشمسي أي أنه يوجد ترس إضافي صغير (Idler Gear) في هذه المجموعة . لقد حصل تطور كبير في تصاميم مجاميع التروس أدى الى سهولة تشغيلها وصغر حجمها وزيادة كفاءتها ولكن بالرغم من ذلك فإن معظم القوانين المستخدمة في مجاميع التروس الكواكبية غالبا ما تكون مطولة وصعبة الاستخدام ، وخاصة في التحليل الديناميكية . ولقد تم استحداث معادلات مبسطة لفهم التروس الكواكبية [٤،٣] ، حيث تم استنتاج المعادلات التالية :

$$w_S = (R + 1)w_C - R w_A \quad \dots \dots \dots (1)$$

حيث أن :

ω = السرعة الزاوية للأجزاء الدوارة ، والحروف التحتية (S و A و C) ترمز الى الترس الشمسي والترس الحلقي والحاملة على التوالي .

R = النسبة الكواكبية ، ويمكن الاستعاضة عن عدد أسنان الترس (T) بنصف قطر دائرة الخطوة للترس (r) لأن لهما نفس الموديول (Module) لذا فإن :

$$R = \frac{T_A}{T_S} = \frac{r_A}{r_S}$$

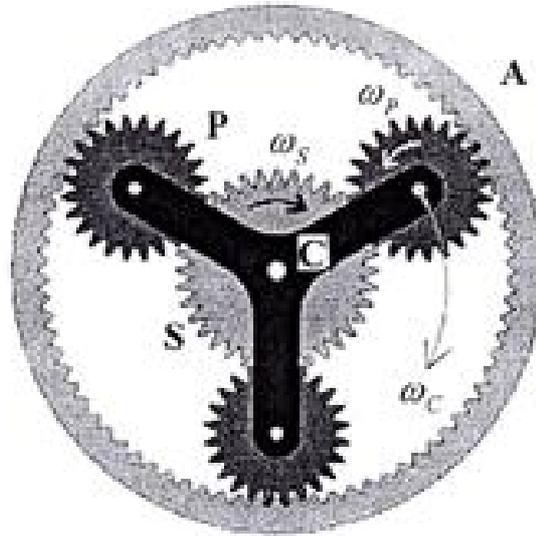
كما يمكن البرهنة على أن :

$$w_P = \frac{2}{R-1}(w_C - w_S) = \frac{2R}{R-1}(w_A - w_C) = \frac{2R}{R^2-1}(w_A - w_S) \quad \dots \dots \dots (2)$$

وسوف تستخدم المعادلتان (١) و (٢) في التحليلات الديناميكية لمجموعة التروس الكواكبية لاحقا .

٢. التحليل الديناميكي لمجموعة التروس الكواكبية البسيطة : (Dynamic Analysis of Simple Epicyclic Gear Box)

كما هو معلوم أن مجموعة التروس الكواكبية البسيطة تتكون من أربعة أجزاء رئيسية كما مبين في الشكل (١) هي :
الترس الشمسي (S) (Sun Gear) وترس الأحاطة (A) (Anulus Gear) وهو أكبر ترس في المجموعة الكواكبية
ويعشق مع التروس الكواكبية والتروس الكواكبية (الفلكية) (P) (Planet Gears) هي مجموعة تروس صغيرة يتراوح
عددها من ٣ الى ١٠ تروس وتكون مركّبة على حامل (C) (Carrier) يتكون من عدد من الأذرع
يساوي عدد التروس الكواكبية وكل ترس كوكبي يرتبط بذراع بواسطة مسمار ويدور حوله إضافة الى دوران التروس
الكواكبية والحامل معا حول محور دوران الترس الشمسي ويعتبر الحامل الجزء الرابع في مجموعة التروس الكواكبية [٥].



شكل (١) مجموعة التروس الكواكبية البسيطة (الأعتيادية)

باستخدام قانون الطاقة الحركية لمجاميع التروس الكواكبية فإن الطاقة الحركية المكافئة (KE_{eq}) للمجموعة تساوي [٥] :

$$\begin{aligned}
 KE_{eq} &= \sum KE \\
 &= KE_S + KE_C + KE_P + KE_A + \frac{1}{2} M_P (w_C r_C)^2 \\
 \therefore KE_{eq} &= \frac{1}{2} [I_S w_S^2 + I_C w_C^2 + I_P w_P^2 + I_A w_A^2 + M_P (w_C r_C)^2] \dots\dots\dots(٣)
 \end{aligned}$$

حيث أن :

M_P = مجموع كتل التروس الكواكبية (الفلكية) .

I = عزم القصور الذاتي القطبي، والرموز التحتية كما عرّفت سابقا ويضاف لها (P) إشارة الى الترس الفلكي و (eq) تعني المكافئ .

r_C = بعد مركز الترس الفلكي عن محور الترس الشمسي .

وباعتبار أن الترس الفلكي قرص دائري لذا فإن :

$$I_P = \frac{M_P r_P^2}{2} \dots\dots\dots(٤)$$

$$\therefore M_P (w_C r_C)^2 = 2I_P \left(\frac{r_C}{r_P} \right)^2 w_C^2 \dots\dots\dots(٥)$$

وحيث أن :

$$r_A = r_C + r_P \dots\dots\dots(٦)$$

وبإعادة ترتيب المعادلة (٦) والقسمة على (r_P) نحصل على :

$$\frac{r_C}{r_P} = \frac{r_A}{r_P} - 1 \dots\dots\dots(٧)$$

و كذلك :

$$r_A = r_S + 2r_P \dots\dots\dots(٨)$$

وبقسمة المعادلة (٨) على (r_A) وإعادة ترتيبها فأن :

$$1 - \frac{1}{R} = \frac{2r_P}{r_A}$$

$$\therefore \frac{r_A}{r_P} = \frac{2R}{R-1} \dots\dots\dots(٩)$$

وبتعويض المعادلة (٩) في المعادلة (٧) :

$$\frac{r_C}{r_P} = \frac{2R}{R-1} - 1 = \frac{R+1}{R-1} \dots\dots\dots(١٠)$$

كذلك بتعويض المعادلتين (٥) و (١٠) في المعادلة (٣) نحصل على الصيغة العامة لمجموعة التروس الكواكبية والتي يمكن استخدامها في أي مجموعة تروس كواكبية بدلالة عزوم القصور الذاتية الكتلية لكل جزء في المجموعة :

$$KE_{eq} = \frac{1}{2} \left[I_S w_S^2 + I_C w_C^2 + I_P w_P^2 + I_A w_A^2 + 2I_P w_C^2 \left(\frac{R+1}{R-1} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(١١)$$

٣. طرق ربط مجموعة التروس الكواكبية البسيطة وتحليلها في الحالة الديناميكية :

Methods of Connecting Simple Epicyclic Gear Train and Analyzing it Dynamically

يمكن نقل القدرة في مجموعة التروس الكواكبية من خلال ثلاثة أجزاء رئيسية هي الترس الشمسي والحاملة وترس الأحاطة وبالأمكان السيطرة على أحد هذه الأجزاء (تثبيته وجعل سرعته تساوي صفر) وهذا يؤدي الى الحصول على ست طرق لربط مجموعة التروس الكواكبية [٦، ٧] كما مبين في الجدول (١) .
وبتطبيق المعادلة (١١) على حالة الربط الأولى والتي يكون فيها ترس الأحاطة مثبت ($w_A=0$) والداخل هو الترس الشمسي والخارج (الحمل Load) هو الحاملة والتعويض عن الطاقة الحركية (KE_{eqs}) بالمعادلة :

$$KE_{eqs} = \frac{1}{2} I_{eqs} w_S^2 \dots\dots\dots(١٢)$$

وتقسيم طرفي المعادلة (١١) على (w_s^2) نحصل على عزم القصور الذاتي المكافئ نسبة الى الترس الشمسي (I_{eq_s}) :

$$I_{eq_s} = I_s + I_C \left(\frac{w_C}{w_s} \right)^2 + I_P \left(\frac{w_P}{w_s} \right)^2 + 2I_P \left(\frac{w_C}{w_s} \right)^2 \left[\frac{R+1}{R-1} \right]^2 \dots\dots\dots(13)$$

وباستخدام المعادلتين (١) و (٢) والتبسيط تصبح المعادلة (١٣) الخاصة بحالة الربط الأولى :

$$I_{eq_s} = I_s + \frac{I_C}{(R+1)^2} + I_P \left[\frac{4R^2 + 2(R+1)^2}{(R^2 - 1)^2} \right] \dots\dots\dots(14)$$

وبنفس الطريقة تم اشتقاق معادلات عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) لمجموعة التروس الكواكبية البسيطة لحالات الربط الأخرى و كما مبين في الجدول (٢) والتي تمثل النماذج الرياضية الخاصة لطرق الربط الستة لمجاميع التروس الكواكبية البسيطة والتي يمكن بواسطتها إيجاد أفضل طريقة ربط من خلال اختيار أقل قيمة لعزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) . وكما هو معلوم فإن العزم الديناميكي يمثل بالمعادلة التالية :

$$T_{DY} = I_{eq} a \dots\dots\dots(15)$$

حيث أن :

$$\alpha = \text{التعجيل الزاوي}$$

جدول (١) طرق (احتمالات) الربط الستة لمجاميع التروس الكواكبية البسيطة

مخطط جانبي لطريقة ربط مجموعة التروس الكواكبية	سرعة ترس الأحاطة (ω_A)	سرعة العمالة (ω_C)	سرعة الترس الشمسي (ω_S)	طريقة الربط
	ثابتة (صفر)	متغيرة (الخارج) output	متغيرة (الداخل) input	الأولى
	ثابتة (صفر)	متغيرة (الداخل) input	متغيرة (الخارج) output	الثانية
	متغيرة (الخارج) output	ثابتة (صفر)	متغيرة (الداخل) input	الثالثة
	متغيرة (الداخل) input	ثابتة (صفر)	متغيرة (الخارج) output	الرابعة
	متغيرة (الخارج) output	متغيرة (الداخل) input	ثابتة (صفر)	الخامسة
	متغيرة (الداخل) input	متغيرة (الخارج) output	ثابتة (صفر)	السادسة

أن زيادة العزم الديناميكي ظاهرة غير مرغوب فيها لأنها تؤدي الى زيادة القدرة المستهلكة . وعندما يراد تعجيل حركة ما (خاصة إذا كانت مركبة ثقيلة حملها كبير I_{load}) ، فإن زيادة العزم الديناميكي يؤدي الى زيادة في الطاقة المستهلكة نتيجة زيادة احتراق الوقود . ويتضح من المعادلة (١٥) أن زيادة عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) يؤدي الى زيادة العزم الديناميكي اللازم عند ثبوت التعجيل الزاوي (α) ، فأذا لم يتم الحصول على الزيادة الملائمة في كمية الوقود ، فإن هذا سيؤدي الى نقصان في قيمة التعجيل الزاوي لعزم ديناميكي ثابت وبالتالي تقل استجابة المركبة للسرعة المطلوبة ، ومن هنا تتضح أهمية تقليل عزم القصور الذاتي المكافئ بقدر المستطاع لكي تكون الطاقة المستهلكة أقل ما يمكن في الحالات الديناميكية .

يتبين من الجدول (٢) ومن خلال مقارنة النماذج الرياضية لطرق الربط الستة ، أن الحالة الأولى لعزم القصور الذاتي المكافئ هي الأفضل لأن الحمل (I_{load}) مربوط مع الحمالة (I_C) ومضروب بالقيمة $[1/(R+1)^2]$ وهي أكبر مقام مما يؤدي الى تقليل قيمة (I_C) وبالتالي تقليل قيمة عزم القصور الذاتي المكافئ لمجموعة التروس .

٤. التطبيق النظري: (Theoretical Application)

تم تطبيق الصيغ الرياضية التي تم اشتقاقها لحالات الربط الستة لمجاميع التروس الكواكبية والتي تربط بين الماكنة والحمل والمبينة في الجدول (٢) لأيجاد أفضل طريقة ربط لمجاميع التروس الكواكبية البسيطة في الحالة الديناميكية (غير المستقرة) عند قيم العزوم التالية :

$$I_{eng} = 1 \text{ kg.m}^2$$

$$I_p = 0.5 \text{ kg.m}^2$$

$$I_{load} = 20 , 50 , 100 , 150 \text{ kg.m}^2$$

ولنسبتين كواكبيتين هما ($R=2$) و ($R=4$) .

وقد تم تمثيل النتائج بجدول ورسوم بيانية وكانت أقل قيم لعزم القصور الذاتي المكافئ للمجموعة عند طريقة الربط الأولى ولكلا النسبتين الكواكبيتين أي عندما يكون الحمل مربوط بالحمالة C (الخارج) والماكنة مربوطة بالترس الشمسي S (الداخل) ، لذا فإن طريقة الربط الأولى هي الطريقة المثالية للحصول على أقل قيمة لعزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) .

جدول (٢) الصيغ الرياضية لإيجاد عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) لطرق الربط الستة لمجاميع التروس الكواكبية البسيطة (الأعتيادية)

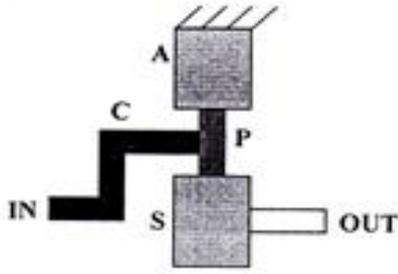
طريقة الربط	النموذج الرياضي لحساب عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq})
الأولى	$I_{eqs} = I_S + \frac{I_C}{(R+1)^2} + I_P \left[\frac{4R^2 + 2(R+1)^2}{(R^2 - 1)^2} \right]$
الثانية	$I_{eqc} = I_C + I_S(R+1)^2 + I_P \left[\frac{4R^2 + 2(R+1)^2}{(R-1)^2} \right]$
الثالثة	$I_{eqs} = I_S + \left[\frac{4I_P}{(R-1)^2} \right] + \frac{I_A}{R^2}$
الرابعة	$I_{eqA} = I_A + R^2 I_S + \left[\frac{4R}{(R-1)^2} \right] I_P$
الخامسة	$I_{eqc} = I_C + I_A \left[\frac{R+1}{R} \right]^2 + I_P \left[\frac{4 + 2(R+1)^2}{(R-1)^2} \right]$
السادسة	$I_{eqA} = I_A + I_C \left[\frac{R}{R+1} \right]^2 + I_P \left[\frac{R^2(4 + 2(R+1)^2)}{(R^2 - 1)^2} \right]$

٥. النتائج : (Results)

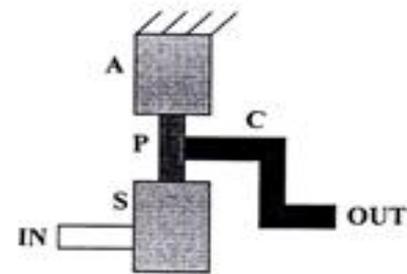
تم تلخيص النتائج لقيم عزم القصور الذاتي المكافئ لطرق الربط الستة لمجموعة التروس الكواكبية ولقيم متغيرة من العزم الخارج (الحمل) ولنسبتين كواكبيتين هما ($R=2$) و ($R=4$) كما مبين بالجدولين (٣) و (٤) على التوالي . ويتبين من الجدول (٣) ، أن القيمة (5.12*) هي أفضل قيمة لعزم القصور الذاتي المكافئ لأنها أقل قيمة ولذلك يتم ربط الماكنة بالتروس الشمسي كما مبين في الشكل (٢) ، بينما يتضح أن القيمة (198**) هي أكبر قيمة لعزم القصور الذاتي المكافئ عند ($I_{load}=20 \text{ kg.m}^2$) لذلك لا يتم استخدامها لأنها تمثل أسوأ طريقة ديناميكية للربط كما مبين في الشكل (٣) ، وعند تغيير النسبة الكواكبية الى ($R=4$) سيتم الحصول على نفس النتائج ، أي أن حالة الربط الأولى هي الطريقة المثالية لربط المجموعة الكواكبية ديناميكيا حتى عند تغيير النسبة الكواكبية وكما مبين في الجدول (٤) .

جدول (٣) قيم عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) لطرق الربط الستة عند استخدام نسبة كوابية ($R=2$)

عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) ($kg.m^2$) لمجموعة التروس الكوابية لطريقة الربط :						I_{load} ($kg.m^2$)
السادسة	الخامسة	الرابعة	الثالثة	الثانية	الأولى	
14.68	57	85	8	**198	*5.12	20
27.88	124.5	205	15.5	468	8.45	50
49.88	237	404	28	918	14.01	100
71.88	349.5	604	40.5	1368	19.56	150



شكل (٣) أسوأ طريقة ديناميكية للربط في المركبات الثقيلة

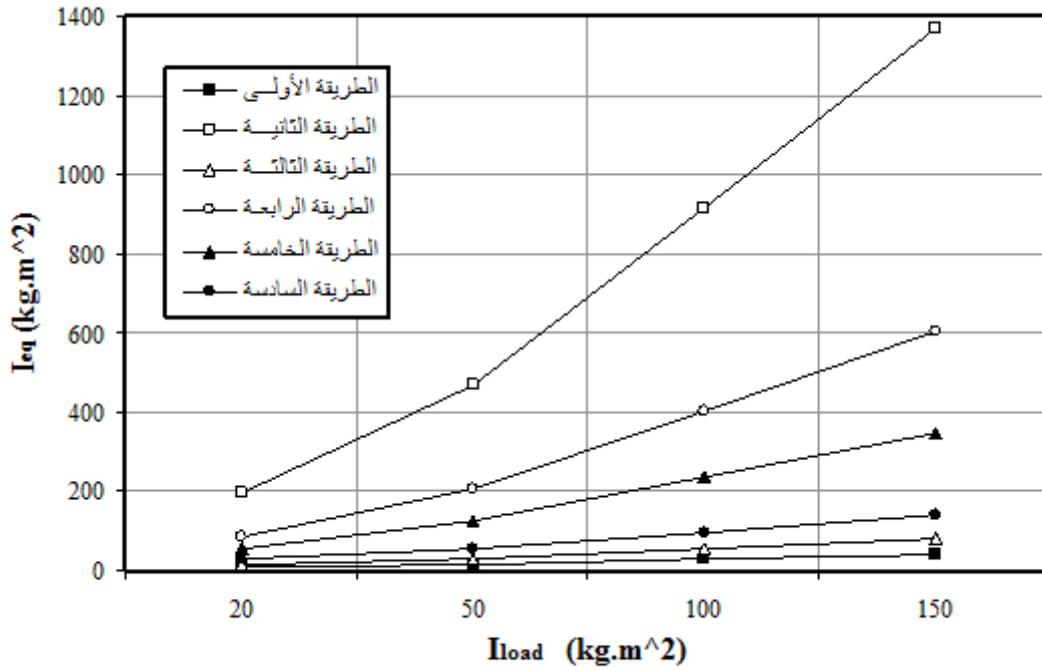


شكل (٢) الطريقة المثالية الديناميكية للربط في المركبات الثقيلة

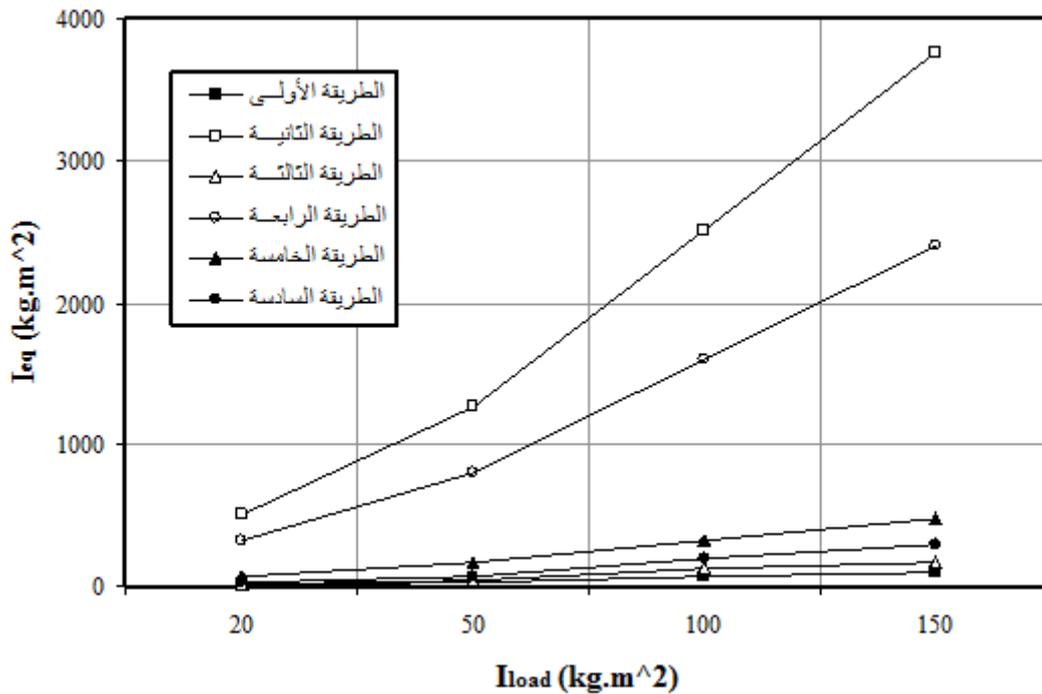
جدول (٤) قيم عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) لطرق الربط الستة عند استخدام نسبة كوابية ($R=٤$)

عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) ($kg.m^2$) لمجموعة التروس الكوابية لطريقة الربط :						I_{load} ($kg.m^2$)
السادسة	الخامسة	الرابعة	الثالثة	الثانية	الأولى	
15.72	35.2	321.88	2.47	**507.33	*2.053	20
34.92	82	801.88	4.34	1257.33	3.253	50
66.92	160	1601.88	7.47	2507.33	5.253	100
98.92	238	2401.88	10.59	3757.33	7.253	150

يبين الشكلين (٤) و (٥) العلاقة بين عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) والعزم الخارج (الحمل) لحالات الربط الستة لمجموعة التروس الكوابية للنسبة الكوابية ($R=2$) و ($R=4$) على التوالي .

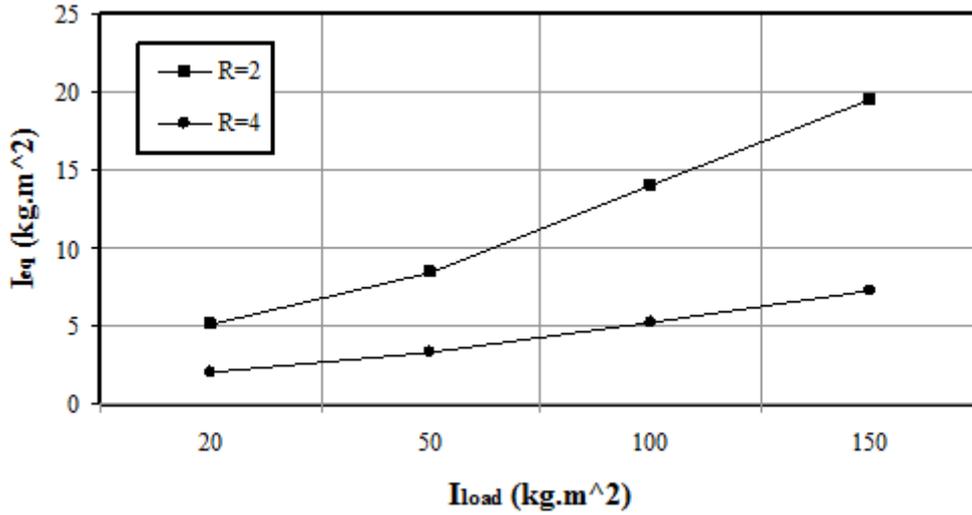


شكل (٤) العلاقة بين عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) والعزم الخارج (الحمل) (I_{load}) لطرق الربط الستة للنسبة الكوإكبية ($R=2$)



شكل (٥) العلاقة بين عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) والعزم الخارج (I_{load}) لطرق الربط الستة للنسبة كواكببة ($R=4$)

كما يبين الشكل (٦) العلاقة بين عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) والعزم الخارج (الحمل) لطريقة الربط المثالية (الأولى) لمجموعة التروس الكواكبية للنسبتين الكواكبيتين ($R=2$) و ($R=4$) .



شكل (٦) العلاقة بين عزم القصور الذاتي المكافئ (I_{eq}) والعزم الخارج (I_{load}) لطريقة الربط المثالية للنسبتين الكواكبيتين ($R=2$) و ($R=4$)

٦. الاستنتاجات : (Conclusions)

أن أفضل طريقة لربط مجاميع التروس الكواكبية الاعتيادية (البسيطة) ديناميكيا هي ربط الماكنة بالترس الشمسي (S) وربط حمل المركبة بالحماله (C) أي حالة الربط الأولى ، حتى عند تغيير النسبة الكواكبية وهي المتغير الرئيسي لمجاميع التروس الكواكبية كما بينت الصيغ الرياضية والتي تم اشتقاقها في هذا البحث ، لقد بينت النتائج أن أقل قيمة لعزم القصور الذاتي المكافئ هي ($I_{eq}= 5.12 \text{ kg.m}^2$) في حالة ($I_{load}=20 \text{ kg.m}^2$) والنسبة الكواكبية ($R=2$) عند حالة الربط الأولى ، كذلك يتبين أنه كلما زادت النسبة الكواكبية (R) فإن التحسن يكون ملحوظا ، مثلا عند استخدام ($R=4$) و ($I_{load}=20 \text{ kg.m}^2$) أيضا فإن قيمة عزم القصور الذاتي المكافئ هي ($I_{eq}=2.053 \text{ kg.m}^2$) لحالة الربط الأولى و كما يبدو واضحا فإن قيمة عزم القصور الذاتي المكافئ قلت مع زيادة النسبة الكواكبية ، لذلك تعتبر طريقة الربط الأولى هي الطريقة المثالية لربط مجموعة التروس الكواكبية البسيطة في الحالة الديناميكية للمركبات الثقيلة ، لذا فإن الاستجابة للتغيير في السرعة في المركبات الثقيلة سيكون سريعا نسبيا مهما كان الحمل كبيرا وذلك بسبب قيم عزم القصور الذاتي المكافئ القليلة ، حيث أن الحمل الكبير سيربط مع الحماله وسيكون تأثير قيمته أقل ما يمكن ، بينما اسوأ طريقة للربط هي الطريقة الثانية والتي تكون فيها قيم عزم القصور الذاتي المكافئ كبيرة .

أن بساطة النماذج الرياضية المستنتجة لحساب عزم القصور الذاتي المكافئ لطرق الربط الديناميكية الستة سوف تساعد كثيرا في فهم وتحليل وتصميم صناديق التروس الكواكبية البسيطة للمركبات الثقيلة في الحالة الديناميكية .

٧. المصادر : (References)

١. Merrit , H.E. , " Gear Trains " , Pittman , G. Britain , 1947 .
٢. وحدة التروس الكوكبية (الفلكية) / قسم الهندسة الميكانيكية / منتديات المصراوي ٢٠٠٩/٤/١٦ .
٣. Christopher A. Corey , " Epicyclic Gear Train Solution Techniques with Application to Tandem Bicycling " , M.Sc. Thesis in Mechanical Engineering , Virginia State University , Blacksburg , VA. U.S.A. , 2003 .
٤. د. الحمداني، فاهم فخري و شهاب ، سعد نجيب ، " أستنباط طريقة جديدة لحل كيناميتيكية مجاميع التروس معقدة التركيب " ، مجلة الهندسة والتنمية / كلية الهندسة – الجامعة المستنصرية ، المجلد الخامس عشر / العدد الثالث ، بغداد ، العراق ، ٢٠١١ .
٥. Hannah , J. , "Mechanics of machines : Advanced Theory Examples" , Edward Arnold Ltd , G. Britain , 1974 .
٦. M. Inalpolat and A. Kahraman , " Dynamic Modelling of Planetary Gears of Automatic Transmissions " , Proc. IMechE , Vol. 222 , Part K: J. Multi-body Dynamics ,U.S.A. , 2008.
٧. Mabie, Hamilton H. and Charles F. Reinholtz. , " Mechanism and Dynamics of Machinery" , John Wiley and Sons